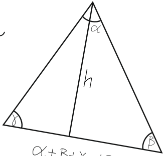
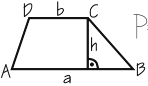
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$



$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Fundacja

Projekt dofinansowała Fundacja mBanku

PLANIMETRIA

PYTANIE: 1

Ile wynosi suma miar kątów wewnętrznych w pięciokącie?

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj pięciokąt foremny.
2. Połącz środek okręgu opisanego na tym pięciokącie ze wszystkimi wierzchołkami pięciokąta.
3. Oblicz kąty każdego z otrzymanych trójkątów równoramiennych:
- kąt przy wierzchołku znajdującym się w środku, oblicz dzieląc 360^o *na liczbę trójkątów,*
- Pozostałe dwa kąty są jednakowe i wraz z kątem środkowym suma ich miar wynosi 180^o.
4. Kąt wewnętrzny pięciokąta foremnego składa się z dwóch kątów, znajdujących się przy podstawie trójkątów, stąd aby wyznaczyć jego miarę wystarczy od 180^o *odjąć miarę kąta trójkąta znajdującego się w środku pięciokąta.*
5. Pomnóż otrzymaną miarę kąta wewnętrznego przez 5.

PYTANIE:

2

Ile wynosi suma miar kątów wewnętrznych w sześciokącie?

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj sześciokąt foremny.
2. Połącz środek okręgu opisanego na tym sześciokącie ze wszystkimi wierzchołkami sześciokąta.
3. Oblicz kąty każdego z otrzymanych trójkątów równoramiennych:
- kąt przy wierzchołku znajdującym się w środku oblicz dzieląc 360^o na liczbę trójkątów,
- pozostałe dwa kąty są jednakowe i wraz z kątem środkowym suma ich miar wynosi 180^o.
4. Kąt wewnętrzny sześciokąta foremnego składa się z dwóch kątów, znajdujących się przy podstawie trójkątów, stąd aby wyznaczyć jego miarę wystarczy od 180^o odjąć miarę kąta trójkąta znajdującego się w środku.
5. Pomnóż otrzymaną miarę kąta wewnętrznego przez 6.

PYTANIE: 3

Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych równych 12 i 16 jest podobny do trójkąta o obwodzie równym 6. Oblicz długość przeciwprostokątnych obu trójkątów.

WSKAZÓWKI:

1. *Długość przeciwprostokątnej w pierwszym trójkącie oblicz z twierdzenia Pitagorasa:*

$a^2 + b^2 = c^2$ *gdzie*

$$a, b - przyprostokątne,$$
$$c - przeciwprostokątna.$$

2. *Oblicz obwód pierwszego trójkąta.*
3. *Wyznacz skalę podobieństwa trójkątów, wiedząc, że skala podobieństwa jest równa stosunkowi obwodów dwóch figur podobnych.*
4. *Wykorzystaj skalę podobieństwa do obliczenia boków trójkąta drugiego.*

PYTANIE: 4

Trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej równej 100 jest podobny do trójkąta o przyprostokątnych równych 12 i 3,5. Oblicz obwody obu trójkątów.

WSKAZÓWKI:

1. *Długość przeciwprostokątnej w drugim trójkącie oblicz z twierdzenia Pitagorasa:*
$a^2 + b^2 = c^2 \ \ gdzie$
$a, b \ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna.$

3. *Wyznacz skalę podobieństwa trójkątów, wiedząc, że skala podobieństwa jest równa stosunkowi odpowiednich boków dwóch figur podobnych (np. dwóch przeciwprostokątnych).*
4. *Wykorzystaj skalę podobieństwa do obliczenia przyprostokątnych trójkąta pierwszego.*
5. *Obwody trójkątów są sumą otrzymanych długości boków w poszczególnych trójkątach.*

PYTANIE: 5

W trapezie równoramiennym podstawy mają długość $6\ cm$ i $10\ cm$, a wysokość $5\ cm$. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta zawartego między dłuższą podstawą trapezu oraz jego ramieniem.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez o dłuższej podstawie AB zgodnie z treścią polecenia.
2. Narysuj wysokości CE i DF. Zauważ, że odcinek EF jest równy krótszej podstawie CD.
3. Oblicz długości odcinków BE i BC.
4. Dlugość ramienia AD oblicz korzystajac z twierdzenia Pitagorasa w trójkącie ADF: $a^2 + b^2 = c^2$,

$$\text{gdzie } a, b \ - \text{przyprostokątne},$$
$$c - \text{przeciwprostokątna}.$$

5. Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznych kąta DAF.
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE: 6

Oblicz pole trójkąta prostokątnego, wiedząc, że wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego podzieliła przeciwprostokątną na dwa odcinki o długości $3\ cm$ *i* $4\ cm$.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz wierzchołki A, B, C *(przy wierzchołku* C *- kąt prosty).*
2. Z wierzchołka C *narysuj wysokość, opadającą na podstawę AB. Punkt przecięcia wysokości z bokiem* AB *nazwij* D.
3. Kąt przy wierzchołku A *nazwij* α*, a przy wierzchołku B nazwij* β.
4. Wiedząc, że trójkąty BCD *i* ACD *są podobne do trójkąta* ABC *(mają po dwa kąty takie same, więc trzeci też musi być taki sam), nazwij brakujące kąty* α *lub ß.*
5. Odcinkom AD *i* BD *przypisz wartości 3 i 4. Wysokość* CD *nazwij* h.
6. Korzystając z proporcji trójkątów BCD *i* ACD *utwórz proporcję z odpowiednich boków trójkątów (odpowiednie boki leżą przy tych samych kątach).*

PYTANIE: 7

Trapez równoramienny o podstawach długości 4 i 8 oraz kącie ostrym 45° jest podobny do trapezu, którego ramię ma długość 12. Oblicz obwody obydwu trapezów.

WSKAZÓWKI:

1. *Narysuj trapezy $ABCD$ i $A'B'C'D'$ o dłuższych podstawach AB i $A'B'$. Oznacz dane z zadania.*
2. *Z wierzchołków C i D narysuj wysokości, których punkty przecięcia z podstawą AB oznacz E i F.*
3. *Wiedząc, że trapez $ABCD$ jest równoramienny, zastanów się, jak wyznaczyć długość odcinków AE i FB.*
4. *Korzystając z odpowiedniej funkcji trygonometrycznej w trójkącie prostokątnym ADE, oblicz długość boku AD.*
5. *Wyznacz skalę podobieństwa trapezów $ABCD$ i $A'B'C'D'$ na podstawie stosunku długości ramion AD i $A'D'$.*
6. *Znając skalę podobieństwa, wyznacz długości podstaw $A'B'$ i $C'D'$.*
7. *Oblicz obwody trapezów.*

PYTANIE: 8

Prostokąt o bokach długości $6\ cm$ i $12\ cm$ jest podobny do prostokąta o obwodzie $60\ cm$. Oblicz pole większego prostokąta.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj prostokąty $ABCD$ i $A'B'C'D'$ i oznacz dane z zadania.
2. Oblicz obwód pierwszego prostokąta i wyznacz skalę podobieństwa prostokątów jako stosunek ich obwodów.
3. Za pomocą skali podobieństwa utwórz odpowiednie proporcje do obliczenia boków prostokąta drugiego.

PYTANIE: 9

Suma obwodów dwóch figur podobnych jest równa 260 cm, *a ich skala podobieństwa* $k = \frac{5}{8}$. *Oblicz obwód każdej z tych figur.*

WSKAZÓWKI:

1. Wiedząc, że skala podobieństwa dwóch figur podobnych jest równa stosunkowi ich obwodów, utwórz równanie z niewiadomymi O_1 *i* O_2.
2. Drugie równanie utwórz, wykorzystując znajomość sumy obwodów.
3. Rozwiąż otrzymany układ równań.

PYTANIE: 10

Suma pól dwóch figur podobnych jest równa 340 dm^2, a ich skala podobieństwa $k = 4$.
Oblicz pole każdej z tych figur.

WSKAZÓWKI:

1. Wiedząc, że kwadrat skali podobieństwa dwóch figur podobnych jest równy stosunkowi ich pól, utwórz równanie z niewiadomymi P_1 i P_2.
2. Drugie równanie utwórz , wykorzystując znajomość sumy pól.
3. Rozwiąż otrzymany układ równań.

PYTANIE: 11

W trójkącie prostokątnym jeden z kątów ostrych ma miarę 60^o, a dłuższa przyprostokątna ma długość 9. Oblicz pole koła opisanego na tym trójkącie.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny z wyraźną różnicą w długości przyprostokątnych. Odpowiednio zaznacz kąt 60^o.
2. Środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym znajduje się na środku przeciwprostokątnej.
3. Z odpowiedniej funkcji trygonometrycznej oblicz długość przeciwprostokątnej:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
Następnie oblicz długość promienia okręgu opisanego na trójkącie $-\, r$.
4. Oblicz pole koła o promieniu r ze wzoru: $P = \pi r^2$.

PYTANIE: 12

Obwód trójkąta prostokątnego jest równy $30\ cm$, a najdłuższy bok ma $13\ cm$. Oblicz długość pozostałych boków tego trójkąta.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny, Odpowiednio oznacz najdłuższy bok.
2. Przyprostokątne oznacz x i y.
3. Utwórz równanie z niewiadomymi x i y, wykorzystując znajomość obwodu trójkąta. Z otrzymanego równania wyznacz wzór na y.
4. Stosując twierdzenie Pitagorasa: $a^2+b^2=c^2, gdzie\ a,b\ - przyprostokątne$, $c - przeciwprostokątna$, utwórz drugie równanie z niewiadomymi x i y, podstaw za y wyrażenie z punktu 3. Rozwiąż równanie z niewiadomą x. Zastosuj wzór skróconego mnożenia: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.
5. Oblicz y z równania z punktu 3.

PYTANIE:

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość $2\ cm$. Długość jednej z przyprostokątnych jest średnią arytmetyczną długości przeciwprostokątnej i drugiej przyprostokątnej. Oblicz obwód tego trójkąta.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny, Odpowiednio oznacz przeciwprostokątną.
2. Przyprostokątne oznacz x *i* y.
3. Utwórz równanie z niewiadomymi x i y, wiedząc, że średnią arytmetyczną liczb a i b liczymy następująco: $śr = \frac{a+b}{2}$.
Z otrzymanego równania wyznacz wzór na y.
4. Stosując twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2, gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna,$ *utwórz drugie równanie z niewiadomymi* x *i* y*, podstaw za* y *wyrażenie z punktu 3. Rozwiąż równanie z niewiadomą x. Zastosuj wzór skróconego mnożenia:* $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
5. Oblicz y z równania z punktu 3.
6. Oblicz obwód trójkąta (suma długości boków).

PYTANIE:

Podaj wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych trójkąta prostokątnego o bokach długości: 3,4,5.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz odpowiednio dane (pamiętaj, że przeciwprostokątna jest najdłuższym bokiem).
2. Kąty ostre nazwij α i β.
3. Skorzystaj z definicji:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE:

15

Podaj wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych trójkąta prostokątnego o bokach długości: 6,8,10.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz odpowiednio dane (pamiętaj, że przeciwprostokątna jest najdłuższym bokiem).
2. Kąty ostre nazwij α i β.
3. Skorzystaj z definicji:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE: 16

Podaj wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych trójkąta prostokątnego o bokach długości: 8,15,17

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz odpowiednio dane (pamiętaj, że przeciwprostokątna jest najdłuższym bokiem).
2. Kąty ostre nazwij α i β.
3. Skorzystaj z definicji:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE: 17

Podaj wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych trójkąta prostokątnego o bokach długości: 7,24,25.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz odpowiednio dane (pamiętaj, że przeciwprostokątna jest najdłuższym bokiem).
2. Kąty ostre nazwij α i β.
3. Skorzystaj z definicji:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE:

Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych trójkąta prostokątnego, w którym jedna przyprostokątna jest dwa razy dłuższa od drugiej przyprostokątnej.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz przyprostokątne: x i $2x$ oraz przeciwprostokątną y.
2. Kąty ostre nazwij α i β.
3. . Stosując twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$, $gdzie$ a, b $- przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna,$ *utwórz równanie z niewiadomymi x i y. Wyznacz z równania wzór na y.*
4. Skorzystaj z definicji:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE: 19

W trapezie równoramiennym podstawy mają długość 6 cm *i* 10 cm, *a wysokość* 5 cm. *Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta zawartego między dłuższą podstawą trapezu oraz jego przekątną.*

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez równoramienny $ABCD$, gdzie
AB - dłuższa podstawa, CD - krótsza podstawa.
Z wierzchołków C i D narysuj wysokości. Punkty ich przecięcia z podstawą AB nazwij odpowiednio E i F. Narysuj przekątną BD.
2. Kąt między podstawą AB i przekątną BD nazwij α.
3. Ustal długość odcinka AF i BF.
4. Stosując twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2, gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna,$ *w trójkącie BDF oblicz przeciwprostokątną BD.*
5. Skorzystaj z definicji:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE:

Dany jest równoległobok niebędący prostokątem o bokach długości $10\ cm$ i $9\ cm$. Jedna z przekątnych dzieli równoległobok na dwa trójkąty prostokątne. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych tych trójkątów.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj równoległobok $ABCD$ oraz krótszą przekątną BD.
2. Kąt ADB jest kątem prostym. Pozostałe kąty w trójkącie ABD nazwij α i β.
3. Stosując twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$, gdzie a, b $-$ $przyprostokątne$, c $-$ $przeciwprostokątna$, w trójkącie ABD oblicz przyprostokątną BD.
4. Skorzystaj z definicji:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.

PYTANIE:

Naciągnięty sznurek długości $20\ m$, na którego końcu zamocowany jest latawiec, tworzy z poziomem kąt 70°. Jak wysoko nad ziemią znajduje się latawiec?

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny przedstawiający sytuację z zadania i oznacz odpowiednio dane.
2. Skorzystaj z odpowiedniej funkcji trygonometrycznej (jej wartość dla kąta 70^o odczytaj z tablic).
3. Definicje funkcji trygonometrycznych:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
4. Oblicz wysokość z odpowiedniego równania.

PYTANIE:

Jaki kąt z powierzchnią ziemi tworzą promienie słoneczne, jeśli drzewo o wysokości $20\ m$ *rzuca cień długości* $17\ m$*?*

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny, oznacz odpowiednio dane: wysokość drzewa i jego cień stanowią przyprostokątne.
2. Skorzystaj z odpowiedniej funkcji trygonometrycznej (znając jej wartość odczytaj z tablic miarę kąta).
3. Definicje funkcji trygonometrycznych:
Sinusem kąta α *nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta* α *do długości przeciwprostokątnej.*
Cosinusem kąta α *nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie* α *do długości przeciwprostokątnej.*
Tangensem kąta α *nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta* α *do długości drugiej przyprostokątnej.*
Cotangensem kąta α *nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie* α *do długości drugiej przyprostokątnej.*

PYTANIE: 23

Trapez równoramienny ma podstawy długości $6\ dm$ i $10\ dm$, a jego obwód jest równy $32\ dm$. Oblicz miary kątów tego trapezu.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez równoramienny $ABCD$, gdzie AB - dłuższa podstawa, CD - krótsza podstawa. Z wierzchołków C i D narysuj wysokości. Punkty ich przecięcia z podstawą AB nazwij odpowiednio E i F.
2. Kąt ostry między podstawą AB i ramieniem nazwij α.
3. Ustal długości odcinków AF i BE.
4. Wykorzystując znajomość obwodu trapezu, oblicz długość jego ramion.
5. Stosując twierdzenie Pitagorasa: $a^2 + b^2 = c^2$, gdzie a, b $- przyprostokątne$, $c - przeciwprostokątna$, w trójkącie ADF oblicz wysokość DF.
6. Oblicz miarę kąta α, skorzystaj z odpowiedniej definicji: Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej. Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej. Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej. Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
7. Kąt rozwarty trapezu oblicz jako różnicę: $180^o - \alpha$.

PYTANIE:

W trapezie równoramiennym o wysokości $8\ cm$ i krótszej podstawie równej $4\ cm$ odcinek łączący środki ramion ma długość $6\ cm$. Oblicz miarę kąta, jaki przekątna trapezu tworzy z jego podstawą.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez równoramienny $ABCD$, gdzie
AB - dłuższa podstawa, CD - krótsza podstawa.
Z wierzchołków C i D narysuj wysokości. Punkty ich przecięcia z podstawą AB nazwij odpowiednio E i F. Narysuj przekątną BD.
2. Kąt między podstawą AB i przekątną BD nazwij α.
3. Wykorzystaj informację, że długość odcinka łączącego środki ramion trapezu jest równy średniej arytmetycznej długości jego podstaw. Oblicz długość dłuższej podstawy AB.
4. Ustal długość odcinka AF i BF.
5. Skorzystaj z odpowiedniej definicji w trójkącie BDF:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
6. Znając wartość funkcji trygonometrycznej, odczytaj z tablic miarę kąta α.

PYTANIE: 25

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α, jeśli $cos\,\alpha = 0{,}8$

WSKAZÓWKI:

1. *Podstaw wartość cosinusa do wzoru na jedynkę trygonometryczną:* $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. *Oblicz* $sin\,\alpha$.
2. *Wartość tangensa oblicz ze wzoru:* $tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
3. *Wartość cotangensa oblicz ze wzoru:* $ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha}$.

PYTANIE: 26

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α, jeśli $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

WSKAZÓWKI:

1. *Podstaw wartość cosinusa do wzoru na jedynkę trygonometryczną:* $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. *Oblicz* $sin\,\alpha$.
2. *Wartość tangensa oblicz ze wzoru:* $tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
3. *Wartość cotangensa oblicz ze wzoru:* $ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha}$.

PYTANIE: 27

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α, jeśli $\sin\alpha = \frac{1}{3}$

WSKAZÓWKI:

1. *Podstaw wartość sinusa do wzoru na jedynkę trygonometryczną:* $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. *Oblicz* $\cos\alpha$.
2. *Wartość tangensa oblicz ze wzoru:* $tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
3. *Wartość cotangensa oblicz ze wzoru:* $ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha}$.

PYTANIE: 28

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α, jeśli $sin\,\alpha = 0{,}4$

WSKAZÓWKI:

1. *Podstaw wartość sinusa do wzoru na jedynkę trygonometryczną:* $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. *Oblicz* $\cos\alpha$.
2. *Wartość tangensa oblicz ze wzoru:* $tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
3. *Wartość cotangensa oblicz ze wzoru:* $ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha}$.

PYTANIE: 29

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α, jeśli $cos\ \alpha = \frac{\sqrt{13}}{7}$.

WSKAZÓWKI:

1. *Podstaw wartość cosinusa do wzoru na jedynkę trygonometryczną:* $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. *Oblicz* $sin\,\alpha$.
2. *Wartość tangensa oblicz ze wzoru:* $tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
3. *Wartość cotangensa oblicz ze wzoru:* $ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha}$.

PYTANIE: 30

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α, jeśli $tg\ \alpha = \frac{3}{2}$

WSKAZÓWKI:

1. Wartość cotangensa oblicz ze wzoru: $ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha}$.

2. Podstaw do wzoru: $tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ wartość tangensa i przekształć równanie wyznaczając wzór na $\sin\alpha$.

3. Wyznaczony w punkcie 2 wzór na sinusa podstaw do wzoru na jedynkę trygonometryczną: $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. Oblicz $cos\ \alpha$.

4. Obliczony $cos\ \alpha$ wstaw do wzoru na sinus z punktu 2 i oblicz $\sin\alpha$.

PYTANIE:

Oblicz długość przyprostokątnych trójkąta prostokątnego, jeśli α jest jednym z kątów ostrych tego trójkąta oraz $tg\ \alpha = \frac{1}{2}$, a długość przeciwprostokątnej jest równa $10\ cm$.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz jego boki $a, b, 10.$ *Zaznacz kąt ostry* α.
2. Skorzystaj z definicji:
Tangensem kąta α *nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta* α *do długości drugiej przyprostokątnej. Wyznacz wzór na* a *za pomocą* b.
3. Stosując twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$, *gdzie* a, b $-$ *przyprostokątne,* c $-$ *przeciwprostokątna, utwórz równanie z niewiadomymi* a *i* b. *Wstaw do równania wyrażenie na* a *z punktu 2 i oblicz* b.
4. Oblicz a *ze wzoru z punktu 2.*

PYTANIE: 32

Oblicz długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego, jeśli α jest jednym z kątów ostrych tego trójkąta oraz $tg\ \alpha = \frac{3}{2}$, a długość przeciwprostokątnej jest równa $39\ cm$.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny. Oznacz jego boki $a, b, 10. Z$aznacz kąt ostry α.
2. Skorzystaj z definicji:
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej. Wyznacz wzór na a za pomocą b.
3. Stosując twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2, gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$ $c - przeciwprostokątna,$ utwórz równanie z niewiadomymi a i b. Wstaw do równania wyrażenie na a z punktu 2 i oblicz b.
4. Oblicz a ze wzoru z punktu 2.

PYTANIE: 33

W trójkącie ABC o polu $12\ cm^2$ bok AB ma długość 4 cm. Oblicz długość boku AC, jeśli kąt CAB ma miarę: 30°

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt ABC i oznacz dane z zadania.
2. Wykorzystaj wzór na pole trójkąta:
$P = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$, *gdzie a i b są bokami trójkąta,*
γ *– kątem między tymi bokami.*
Podstaw odpowiednio dane i oblicz długość boku AC.

PYTANIE:

Podstawa trójkąta równoramiennego jest cztery razy dłuższa od wysokości opuszczonej na tę podstawę.
Oblicz obwód tego trójkąta, jeśli jego pole jest równe 36 cm^2.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt równoramienny, wysokość oznacz jako h, podstawę, na którą ona opada jako $4h$.
2. Wykorzystaj wzór na pole trójkąta: $P = \frac{ah}{2}$, gdzie a jest bokiem trójkąta, na który opada wysokość h. Podstaw odpowiednio dane do wzoru i oblicz h. Teraz możesz również wyznaczyć długość podstawy.
3. Ramiona trójkąta oznacz jako x. W trójkącie o bokach: $x, h, 2h$ zastosuj twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$, $gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna.$
Oblicz x, a następnie obwód trójkąta.

PYTANIE: 35

Oblicz pole trójkąta o bokach długości 4, 5, 7, korzystając ze wzoru Herona.

WSKAZÓWKI:

Wzór Herona na pole trójkąta o bokach długości a, b, c:

$P = \sqrt{p(a-p)(b-p)(c-p)}$,

gdzie $p = \frac{a+b+c}{2}$ *(połowa obwodu trójkąta).*

PYTANIE: 36

Oblicz pole trójkąta o bokach długości 4, 6, 8, korzystając ze wzoru Herona.

WSKAZÓWKI:

Wzór Herona na pole trójkąta o bokach długości a, b, c*:*

$P = \sqrt{p(a-p)(b-p)(c-p)}$,

gdzie $p = \frac{a+b+c}{2}$ *(połowa obwodu trójkąta).*

PYTANIE: 37

Oblicz pole trójkąta o bokach długości 3, 4, 5, korzystając ze wzoru Herona.

WSKAZÓWKI:

Wzór Herona na pole trójkąta o bokach długości a, b, c:

$P = \sqrt{p(a-p)(b-p)(c-p)}$,

gdzie $p = \frac{a+b+c}{2}$ *(połowa obwodu trójkąta).*

PYTANIE: 38

Oblicz pole równoległoboku, w którym kąt rozwarty ma miarę 150°, a boki mają długość 4 cm i 9 cm

WSKAZÓWKI:

1. Oblicz kąt ostry równoległoboku, wiedząc, że suma kątów leżących przy jednym boku równoległoboku wynosi 180^o.

2. Wykorzystaj wzór na pole równoległoboku:

$$P = ab\sin\alpha,$$

gdzie $\alpha - kąt\ ostry\ między\ bokami\ a\ i\ b$.

PYTANIE: 39

Pole rombu o obwodzie równym 48 cm wynosi 108 cm^2. Oblicz promień okręgu wpisanego w ten romb.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj romb o boku a i wysokość h poprowadzoną przez środek okręgu wpisanego w ten romb.
2. Ustal wzór na obwód rombu. Oblicz długość boku a.
3. Ze wzoru na pole rombu: $P = ah, oblicz\ h$.
4. Oblicz $r -$ promień okręgu wpisanego w romb, wiedząc, że stanowi on połowę wysokości h.

PYTANIE: 40

W prostokącie o przekątnej długości 12 cm połączono odcinkami środki sąsiednich boków. Otrzymany romb ma pole równe $12\sqrt{3}\ cm^2$. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego tego rombu.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj prostokąt i romb zgodnie z instrukcją z zadania. Dodatkowo dorysuj przekątne rombu.
2. Z rysunku wynika, iż bok rombu jest połową przekątnej prostokąta.
3. Korzystając ze wzoru na pole rombu o boku a: $P = a^2 \sin\alpha$, oblicz wartość $\sin\alpha$.
4. Podstaw wartość sinusa do wzoru na jedynkę trygonometryczną: $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. Oblicz $\cos\alpha$.
5. Wartość tangensa oblicz ze wzoru: $tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
6. Wartość cotangensa oblicz ze wzoru: $ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha}$.

PYTANIE:

Trapez równoramienny o podstawach $6\sqrt{3}\ cm$ oraz $2\sqrt{3}\ cm$ opisany jest na okręgu o promieniu $3cm$. Oblicz pole i miary kątów tego trapezu.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez równoramienny $ABCD$ o dolnej podstawie AB i górnej CD oraz wpisany w niego okrąg zgodnie z instrukcją z zadania.
2. Oznacz dane na rysunku.
3. Zwróć uwagę na to, że wysokość h trapezu składa się z dwóch promieni.
4. Korzystając ze wzoru na pole trapezu o podstawach a i b oraz wysokości h:
$P = \frac{(a+b)h}{2}$*, oblicz pole trapezu.*
5. Z wierzchołków C i D narysuj wysokości CE i DF. Oblicz długości odcinków AF i BE.
6. W trójkącie ADF oblicz wartość odpowiedniej funkcji trygonometrycznej, i odczytaj dla niej miarę kąta.
7. Miarę kąta rozwartego trapezu obliczysz, wiedząc, że suma miar katów leżących przy jednym ramieniu wynosi 180^o.

PYTANIE: 42

Oblicz pole trapezu równoramiennego, którego kąt ostry ma miarę 30°, a podstawy mają długość $4\ cm$ *i* $10\ cm$*.*

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez równoramienny $ABCD$ o dolnej podstawie AB i górnej CD zgodnie z instrukcją z zadania.
2. Oznacz dane na rysunku.
3. Z wierzchołków C i D narysuj wysokości CE i DF. Oblicz długości odcinków AF i BE.
4. W trójkącie ADF zastosuj wzór na odpowiednią funkcję trygonometryczną i wyznacz z otrzymanego równania wysokość h.
4. Korzystając ze wzoru na pole trapezu o podstawach a i b oraz wysokości h:
$P = \frac{(a+b)h}{2}$*, oblicz pole trapezu.*

PYTANIE:

Oblicz wysokość oraz pole trójkąta równobocznego, na którym opisano okrąg o promieniu $6\ cm$.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt równoboczny o boku a *oraz okrąg opisany na tym trójkącie.*
2. Wykorzystaj do obliczenia wysokości informację, iż promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym stanowi $\frac{2}{3}$ *jego wysokości.*
3. Podstaw obliczoną wysokość do wzoru na wysokość trójkąta równobocznego:
$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ *i oblicz z niego* a.
4. Obliczone a podstaw do wzoru na pole trójkąta równobocznego:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

PYTANIE:

Do podstawy trójkąta równoramiennego poprowadzono wysokość h równą $20\ cm$. Oblicz obwód tego trójkąta wiedząc, że opisano na nim okrąg o promieniu równym $13\ cm$.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt równoramienny ABC o ramionach AC i BC i wysokość h z wierzchołka C. Punkt przecięcia wysokości h z podstawą AB nazwij D.
2. Środek O okręgu opisanego na trójkącie jest punktem przecięcia symetralnych boków trójkąta, stąd też znajdzie się na wysokości h. Oblicz długość odcinka OD.
3. Wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa: $a^2 + b^2 = c^2, gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$ $c - przeciwprostokątna$ w trójkącie ADO i oblicz długość odcinka AD.
4. Wykorzystaj ponownie twierdzenie Pitagorasa w trójkącie ACD i oblicz długość ramienia AC.
5. Oblicz obwód.

PYTANIE:

Do podstawy trójkąta równoramiennego poprowadzono wysokość h równą 6 cm. Oblicz obwód tego trójkąta wiedząc, że opisano na nim okrąg o promieniu równym $13\ cm$.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt równoramienny ABC o ramionach AC i BC i wysokość h z wierzchołka C. Punkt przecięcia wysokości h z podstawą AB nazwij D.
2. Środek O okręgu opisanego na trójkącie jest punktem przecięcia symetralnych boków trójkąta, stąd też znajdzie się na przedłużeniu wysokości h (poza trójkątem). Oblicz długość odcinka OD.
3. Wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa: $a^2 + b^2 = c^2, gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$ $c - przeciwprostokątna$ w trójkącie ADO i oblicz długość odcinka AD.
4. Wykorzystaj ponownie twierdzenie Pitagorasa w trójkącie ACD i oblicz długość ramienia AC.
5. Oblicz obwód.

PYTANIE: 46

W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami ma miarę 45^o, a podstawa ma długość $4\ cm$. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt równoramienny ABC o ramionach AC i BC. Zaznacz środek okręgu opisanego na tym trójkącie i nazwij go O. Odcinki AO i BO są promieniami okręgu opisanego na trójkącie ABC, nazwij je R.
2. Wykorzystaj twierdzenie: kąt wpisany oparty na łuku AB jest równy połowie kąta środkowego opartego na tym samym łuku.
Wyznacz miarę kąta AOB.
3. Zastosuj twierdzenie Pitagorasa :
$a^2 + b^2 = c^2$, $gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna$ w trójkącie AOB
i oblicz długość R.

PYTANIE:

Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości 3 i 4.

WSKAZÓWKI:

1. Znając długości przyprostokątnych, oblicz pole trójkąta prostokątnego.
2. Z twierdzenia Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2, gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna$ *oblicz długość przeciwprostokątnej.*
3. Wykorzystaj wzór na pole trójkąta:
$P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$, *gdzie* a, b, c *- długości boków trójkąta,* r *– promień okręgu wpisanego w trójkąt. Podstaw do wzoru wartości:* P, a, b, c.
Oblicz r.

PYTANIE: 48

Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości 7 i 24.

WSKAZÓWKI:

1. Znając długości przyprostokątnych, oblicz pole trójkąta prostokątnego.
2. Z twierdzenia Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2, gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna$ *oblicz długość przeciwprostokątnej.*
3. Wykorzystaj wzór na pole trójkąta:
$P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$, *gdzie* a, b, c *- długości boków trójkąta,* r *– promień okręgu wpisanego w trójkąt. Podstaw do wzoru wartości:* P, a, b, c.
Oblicz r.

PYTANIE: 49

Na okręgu o promieniu 4 cm *opisano trójkąt prostokątny o jednej z przyprostokątnych długości* 10 cm. *Oblicz długości pozostałych boków tego trójkąta.*

WSKAZÓWKI:

1. *Narysuj trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej* AB.
2. *Wpisz w trójkąt okrąg. Punkty styczności okręgu z bokami* AC, BC *i* AB *oznacz kolejno* D, E, F.
3. *Poprowadź promienie* r *do punktów* D, E *i* F. *Zauważ, że odcinki* CD *i* CE *również wynoszą* r.
4. *Wiedząc, że* r *wynosi* $4\ cm$, *oblicz długość odcinka* AD, *przyjmując, że przyprostokątna* AC *ma długość* $10\ cm$.
5. *Odcinek* AD *jest równy* AF, *a odcinek* BE *jest równy* BF.
6. *Nazwij odcinek* BE $-$ x, *a następnie zastosuj twierdzenie Pitagorasa:*

$$a^2 + b^2 = c^2, \mathit{gdzie}\ a, b - \mathit{przyprostokątne},$$

$c - \mathit{przeciwprostokątna}$ *i oblicz długość* x.

Pamiętaj o zastosowaniu wzoru skróconego mnożenia:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

PYTANIE: 50

Na okręgu o promieniu 2 cm *opisano trójkąt prostokątny*
o przeciwprostokątnej długości 10 cm. *Oblicz długości pozostałych boków tego trójkąta.*

WSKAZÓWKI:

1. *Narysuj trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej* AB.
2. *Wpisz w trójkąt okrąg. Punkty styczności okręgu z bokami* AC, BC *i* AB *oznacz kolejno* D, E, F.
3. *Poprowadź promienie* r *do punktów* D, E *i* F. *Zauważ, że odcinki* CD *i* CE *również wynoszą* r.
4. *Wiedząc, że* r *wynosi* $4\ cm$, *oblicz długość odcinka* AD, *przyjmując, że przyprostokątna* AC *ma długość* $10\ cm$.
5. *Odcinek* AD *jest równy* AF, *a odcinek* BE *jest równy* BF.
6. *Nazwij odcinek* $BE\ -\ x$, *a następnie zastosuj twierdzenie Pitagorasa:*

$a^2 + b^2 = c^2$, *gdzie* $a, b\ -$ *przyprostokątne,* $c -$ *przeciwprostokątna i oblicz długość* x.
Pamiętaj o zastosowaniu wzoru skróconego mnożenia:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

PYTANIE: 51

Na okręgu o promieniu 3 opisano trójkąt równoramienny o kącie między ramionami równym 120°. Oblicz długości boków tego trójkąta.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt równoramienny ABC o ramionach AC i BC oraz wysokość CD poprowadzoną do podstawy AB.
2. Ustal miarę kąta ACD.
3. Zaznacz środek O okręgu wpisanego w trójkąt oraz punkty styczności okręgu z ramionami AC i BC oraz z podstawą AB trójkąta, oznacz je kolejno E, F i D.
4. Odcinki OD, OE i OF są promieniami okręgu wpisanego w trójkąt o długości 3.
5. Skorzystaj z odpowiedniej definicji w trójkącie CFO:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
Oblicz długość odcinka CO, a następnie długość wysokości CD.
6. Korzystając z odpowiedniej definicji w trójkącie BCD, oblicz długość odcinków BD oraz BC.

PYTANIE: 52

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 8, a jeden z kątów ostrych ma 30°. Oblicz promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny ABC o przeciwprostokątnej AB.
2. Skorzystaj z odpowiedniej definicji w trójkącie ABC:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
Oblicz długości przyprostokątnych AC i BC.
3. Znając długość przyprostokątnych, oblicz pole trójkąta ABC.
4. Wykorzystaj wzór na pole trójkąta:
$P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$, gdzie a, b, c – długości boków trójkąta, r – promień okręgu wpisanego w trójkąt. Podstaw do wzoru wartości: P, a, b, c. Oblicz r.

PYTANIE:

W trójkącie prostokątnym krótsza przyprostokątna ma długość 6, a jeden z kątów ma miarę 60°. Oblicz długość okręgu wpisanego w ten trójkąt.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt prostokątny ABC o przeciwprostokątnej AB. Wyraźnie zaznacz krótszą przyprostokątną i większy z kątów ostrych.
2. Skorzystaj z odpowiedniej definicji w trójkącie ABC:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
Oblicz długości dłuższej przyprostokątnej i przeciwprostokątnej.
3. Znając długość przyprostokątnych, oblicz pole trójkąta ABC.
4. Wykorzystaj wzór na pole trójkąta:
$P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$, gdzie a, b, c – długości boków trójkąta, r – promień okręgu wpisanego w trójkąt. Podstaw do wzoru wartości: P, a, b, c. Oblicz r.
5. Oblicz długość okręgu korzystając ze wzoru: $L = 2\pi r$.

PYTANIE: 54

Oblicz stosunek pola koła opisanego na trójkącie równobocznym o boku długości a do pola koła wpisanego w ten trójkąt.

WSKAZÓWKI:

1. Pola kół oblicz ze wzoru: $P = \pi r^2$.
2. Promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny $r = \frac{1}{3}h$, natomiast promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym $R = \frac{2}{3}h$, gdzie $h -$ wysokość trójkąta równobocznego.

PYTANIE: 55

Różnica między długością przekątnej kwadratu i długością jego boku wynosi $2\ cm$. *Oblicz pole i obwód tego kwadratu.*

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj kwadrat. Jego boki oznacz a*, natomiast przekatną* $a+2$.
2. Wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa:
$a^2+b^2=c^2, gdzie\ a,b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna.$
Pamiętaj o zastosowaniu wzoru skróconego mnożenia:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Oblicz a *i kolejno pole i obwód kwadratu.*

PYTANIE:

Bok rombu ma długość $4\ cm$,
a suma długości jego przekątnych
jest równa $10\ cm$.
Oblicz pole i wysokość tego rombu.

WSKAZÓWKI:

1. Oznacz przekątne rombu e i f. Utwórz równanie, wiedząc, że ich suma wynosi $10\ cm$.
2. Wiedząc, że przekątne w rombie przecinają się pod kątem prostym, dzieląc się na połowy, utwórz drugie równanie z niewiadomymi e i f.
Wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$, $gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna.$
3. Rozwiąż układ równań.
4. Oblicz pole rombu ze wzoru: $P = \frac{e \cdot f}{2}$.
5. Znając a – bok rombu i P, wykorzystaj wzór na pole rombu: $P = ah$ i oblicz h.

PYTANIE:

Na trapezie, którego wysokość jest równa $4\ cm$, opisano okrąg o promieniu $5\ cm$. Oblicz obwód tego trapezu, jeśli jedna z jego podstaw jest średnicą tego okręgu.

WSKAZÓWKI:

1. Okrąg można opisać tylko na trapezie równoramiennym. Narysuj trapez $ABCD$ o dłuższej podstawie AB zgodnie z treścią zadania.
2. Narysuj wysokości CE i DF.
3. Do wierzchołków C i D poprowadź promienie ze środka okręgu O.
4. W trójkącie DFO wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$, $gdzie\ a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna.$
Oblicz Długość odcinka FO, a następnie AF (podstawa AB składa się z dwóch promieni).
5. Zastosuj twierdzenie Pitagorasa w trójkącie ADF i oblicz długość ramion trapezu.
6. Krótsza podstawa trapezu składa się z dwóch odcinków OF.

PYTANIE: 58

Oblicz pole trapezu równoramiennego o ramieniu długości 10 cm *opisanego na okręgu o promieniu* 4 cm.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez równoramienny o dłuższej podstawie AB *oraz wysokości* CE *i* DF. *Wpisz w niego okrąg.*
2. Zauważ związek wysokości trapezu z promieniem okręgu wpisanego w trapez.
3. W trójkącie ADF *wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa:*
$a^2 + b^2 = c^2$ *, gdzie* a, b $-$ *przyprostokątne,* c $-$ *przeciwprostokątna. Oblicz długość odcinka* AF.
4. Nazwij podstawę CD $-$ a*, wtedy podstawa* $AB = a + 2|AF|$.
5. Ułóż równanie z niewiadomą a*, wykorzystaj twierdzenie: aby w czworokąt wpisać okrąg, suma przeciwległych boków musi być taka sama.*
6. Oblicz pole trapezu ze wzoru: $P = \frac{(a+b)h}{2}$*, gdzie* a, b $-$ *podstawy trapezu,* h $-$ *wysokość trapezu.*

PYTANIE: 59

Podstawy trapezu równoramiennego mają długość $5\ cm$ i $9\ cm$. Oblicz pole tego trapezu, jeśli można w niego wpisać okrąg.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez równoramienny o dłuższej podstawie AB oraz wysokości CE i DF. Wpisz w niego okrąg.
2. Zauważ, że odcinek EF jest równy krótszej podstawie CD. Oblicz długość odcinków AF i BE.
3. Nazwij ramiona trapezu $AD\ i\ BC - x$.
4. Wykorzystując twierdzenie: aby w czworokąt wpisać okrąg, suma przeciwległych boków musi być taka sama, oblicz x.
5. W trójkącie ADF wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$ *, gdzie* $a, b - przyprostokątne$, $c - przeciwprostokątna$. *Oblicz wysokość DF.*
6. Oblicz pole trapezu ze wzoru: $P = \frac{(a+b)h}{2}$, gdzie $a, b -$ podstawy trapezu, $h -$ wysokość trapezu.

PYTANIE: 60

Podstawy trapezu prostokątnego mają długość 1 cm i 3 cm. Oblicz długości ramion tego trapezu, jeśli można wpisać w niego okrąg.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez prostokątny o dłuższej podstawie AB. Wpisz w niego okrąg.
2. Narysuj wysokość CE. Zauważ, że odcinek AE jest równy krótszej podstawie CD.
Oblicz długość odcinka BE.
3. Nazwij ramiona trapezu $AD - h$ i $BC - x$.
4. Wykorzystując twierdzenie: aby w czworokąt wpisać okrąg, suma przeciwległych boków musi być taka sama, ułóż równanie z niewiadomymi h i x.
5. W trójkącie BCE wykorzystaj twierdzenie Pitagorasa:
$a^2 + b^2 = c^2$ *, gdzie* $a, b\ - przyprostokątne,$
$c - przeciwprostokątna.$ *Utwórz drugie równanie z niewiadomymi h i x. Rozwiąż układ równań.*

PYTANIE: 61

W trapez o kątach ostrych przy dłuższej podstawie 30° i 60° wpisano okrąg o promieniu $1\ cm$. Oblicz długości podstaw tego trapezu.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trapez o dłuższej podstawie AB zgodnie z treścią polecenia. Wpisz w niego okrąg. Zauważ związek między wysokością trapezu, a promieniem okręgu w niego wpisanego.
2. Narysuj wysokości CE i DF. Zauważ, że odcinek EF jest równy krótszej podstawie CD.
3. Skorzystaj z odpowiedniej definicji w trójkącie ADF i oblicz długości odcinków AF i AD oraz w trójkącie BCE i oblicz długości odcinków BE i BC:
Sinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej.
Cosinusem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej.
Tangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości drugiej przyprostokątnej.
Cotangensem kąta α nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości drugiej przyprostokątnej.
4. Nazwij podstawę trapezu $CD - a$ i $|AB| = a + |AF| + |BE|$.
5. Wykorzystując twierdzenie: aby w czworokąt wpisać okrąg, suma przeciwległych boków musi być taka sama, ułóż równanie z niewiadomą a.

PYTANIE:

W romb o boku długości $2\ cm$ i kącie ostrym 60° wpisano koło. Oblicz pole tego koła.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj romb i wpisz w niego okrąg zgodnie z treścią polecenia.
2. Oblicz pole rombu korzystając ze wzoru:
$P = a^2 \sin\alpha$, *gdzie* a − *długość boku rombu,*
α − *kąt ostry rombu.*
3. Korzystajac ze wzoru na pole rombu: $P = ah$, *oblicz* h.
4. Zauważ związek między wysokością rombu, a promieniem okręgu wpisanego w niego.
5. Oblicz pole koła ze wzoru: $P = \pi r^2$.

PYTANIE:

Jeden z boków trójkąta jest trzykrotnie dłuższy od drugiego boku, a kąt między nimi zawarty jest równy 60°. Oblicz długość tych boków, jeśli trzeci bok tego trójkąta ma długość 7.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt według treści polecenia.
2. Boki trójkąta oznacz: $x, 3x, 7$.
3. Skorzystaj z twierdzenia cosinusów: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$*, gdzie* γ *− kąt zawarty między bokami trójkąta* a *i* b.
Za c *wstaw wartość 7.*
4. Rozwiąż równanie z niewiadomą x.

PYTANIE:

Jeden z boków trójkąta jest czterokrotnie dłuższy od drugiego boku, a kąt między nimi zawarty jest równy 120°. Oblicz długość tych boków, jeśli trzeci bok tego trójkąta ma długość 21.

WSKAZÓWKI:

1. Narysuj trójkąt według treści polecenia.
2. Boki trójkąta oznacz: $x, 4x, 21$.
3. Skorzystaj z twierdzenia cosinusów:
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$*, gdzie* γ *– kąt zawarty między bokami trójkąta* a *i* b.
Za c *wstaw wartość 21.*
4. Wykorzystaj wzór: $\cos(180^o - \alpha) = -\cos\alpha$
5. Rozwiąż równanie z niewiadomą x.