



m Fundacja

Projekt dofinansowała Fundacja mBanku

PRAWDOPODOBIENSTWO

PYTANIE: 1

Na ile sposobów może ubrać się Pani Dyrektor, która ma 3 różne kapelusze, 6 sukni i 4 pary butów?

WSKAZÓWKI:

1. Każdy zestaw składa się z kapelusza, sukni i pary butów.
2. Wykorzystaj regułę mnożenia, zastanów się na ile sposobów można wybrać kapelusz, na ile suknię i na ile buty.

PYTANIE:

2

Uczniom na olimpiadzie przydzielono kolejne numery od 1 do n . Ile jest uczniów jeśli ich numery możemy przydzielić na 5040 sposobów?

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj regułę mnożenia.
2. Pierwszą koszulkę można przydzielić na n sposobów (jest n uczniów), drugą na $n-1$ sposobów (bo jeden z uczniów już ma koszulkę z nr 1), trzecią koszulkę można przydzielić na $n-2$ sposoby (bo dwóch uczniów już ma koszulki) itd. aż do n - tego ucznia, któremu możemy przydzielić koszulkę na 1 sposób.
3. Liczbę sposobów można zapisać w postaci iloczynu:
$$n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$
4. Zastanów się jak inaczej zapisać to wyrażenie, utwórz i rozwiąż równanie.

PYTANIE: 3

Klasa pojechała na wycieczkę. Na ile sposobów można zakwaterować 4 osoby w czterech jednoosobowych pokojach?

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj regułę mnożenia.
2. Pierwsza osoba może wybrać pokój na 4 sposoby, druga na trzy (bo jeden z pokoi jest już zajęty przez pierwszą osobę) itd.

PYTANIE:

4

W garderobie pani Joanny wiszą 3 żakiety: biały, zielony i granatowy oraz 4 spódnice: czarna, biała, granatowa i szara. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybierając losowo jeden żakiet i jedną spódnicę, pani Joanna skompletuje strój w jednym kolorze.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia, zastanów się, ile można skompletować zestawów ubraniowych z 3 żakietów i 4 spódnic.

3. Wypisz wszystkie możliwości stworzenia zestawów jednokolorowych. Liczba takich zestawów stanowi $|A|$.

PYTANIE: 5

W loterii fantowej wzięło udział 100 uczniów i każdy kupił jeden ze stu losów. Wygrane to:

I Nagroda – rakieta tenisowa,

II Nagroda – piłka do koszykówki i

III Nagroda – pluszowy miś.

Na ile sposobów uczniowie mogą wylosować nagrodę?

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj regułę mnożenia.
2. Zastanów się, na ile sposobów można przydzielić I nagrodę.
3. Uwzględniając to, że jeden z uczniów otrzymał już I nagrodę, zastanów się, na ile sposobów można wybrać ucznia, który dostanie II nagrodę i analogicznie III nagrodę.

PYTANIE:

6

Klasa liczy 18 osób, w tym 10 dziewcząt.

Na ile sposobów można wybrać
4-osobową delegację,
w której skład wejdzie
2 chłopców i 2 dziewczyny?

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru osób do delegacji nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.
2. Liczbę możliwych wyborów 2 dziewczyn spośród 10 należy pomnożyć przez liczbę wyborów 2 chłopców spośród 8.

PYTANIE:

7

Klasa liczy 18 osób, w tym 10 dziewcząt. Na ile sposobów można wybrać 4-osobową delegację, w której skład wejdą: 1 chłopiec i 3 dziewczyny?

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru osób do delegacji nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.
2. Liczbę możliwych wyborów 3 dziewczyn spośród 10 należy pomnożyć przez liczbę wyborów 1 chłopca spośród 8.

PYTANIE:

8

Podczas egzaminu uczeń losuje 4 pytania spośród 6. Na ile sposobów może to zrobić?

WSKAZÓWKI:

Kolejność wyboru pytań nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.

PYTANIE: 9

Spotkało się 10 znajomych z klasy i każdy z każdym przywitał się uściskiem dłoni. Ile było powitań?

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru osób do przywitania nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \text{ gdzie } n \text{ oznacza}$$

liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.

2. Do każdego przywitania wybieramy 2 osoby spośród 10.

PYTANIE:

10

W skład samorządu szkolnego wchodzi po dwóch przedstawicieli klas: 2a, 2b, 3a, 3b, 4a. Na ile sposobów można wybrać 5 – osobową delegację tego samorządu?

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru osób do delegacji nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę

kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n

oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy,

k – liczbę elementów, które wybieramy.

2. Oblicz ze wzoru, ile można utworzyć delegacji pięcioosobowych z 10 osób.

PYTANIE:

11

Do szkolnego klubu sportowego należy 20 chłopców i 10 dziewczyn.

Członkowie wybierają kapitana, zastępcę i skarbnika. Na ile sposobów mogą dokonać wyboru, jeśli ma być wybrana przynajmniej 1 dziewczyna?

WSKAZÓWKI:

1. Funkcje są rozróżnialne, więc korzystamy z reguły mnożenia.
2. Warunek "musi zostać wybrana przynajmniej 1 dziewczyna" oznacza, że może zostać wybrana jedna, dwie lub trzy. Zdarzeniem przeciwnym jest sytuacja, kiedy żadna z dziewczyn nie zostanie wybrana.
3. Oblicz na ile sposobów można przydzielić poszczególne funkcje wszystkim członkom zespołu (bez podziału na płeć), a następnie odejmij liczbę sposobów przydzielenia funkcji tylko chłopcom.

PYTANIE:

12

Grupa uczniów – 4 dziewczęta i 8 chłopców – zajmuje wspólne 12 –miejscowy rząd w kinie. Na ile sposobów mogą oni zająć miejsca jeśli dziewczęta siedzą razem i chłopcy siedzą razem?

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność posadzenia uczniów ma znaczenie, więc wykorzystaj regułę mnożenia.
2. Ponieważ dziewczyny siedzą obok siebie, zastanów się, na ile sposobów można obsadzić pierwsze miejsce, na ile drugie (uwzględnij to, że jedna z dziewcząt już siedzi na pierwszym miejscu), itd. Analogicznie postępuj z chłopcami.
3. Należy uwzględnić dwa przypadki: gdy na początku rzędu siedzą dziewczyny oraz chłopcy.

W 20-osobowej klasie, w której jest 8 dziewcząt, rozlosowano 6 biletów do kina.

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że bilety otrzymają dokładnie 3 dziewczyny.

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru uczniów, którym zostaną rozdane bilety nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.
2. Liczbę wyborów 3 dziewczyn spośród 8 pomnóż przez liczbę wyborów 3 chłopców spośród 12. W ten sposób otrzymasz $|A|$.
3. $|\Omega|$ oblicz jako liczbę wyborów dowolnych 6 osób spośród 20.
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, gdzie $|A|$ – moc zbioru A , $|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

PYTANIE:

14

Z urny, w której jest 6 kul czarnych i 4 żółte, wyjęto dwa razy po jednej kuli ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wyjęto kule jednakowych kolorów.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. Za każdym razem można dokonać wyboru kuli czarnej lub żółtej. Na gałęzi prowadzącej do każdej z kul wpisz prawdopodobieństwo wyboru danej kuli — w liczniku znajdzie się liczba kul danego koloru, a w mianowniku liczba wszystkich kul w urnie.
2. Ponieważ kule zwracamy do urny, za każdym razem prawdopodobieństwo wyboru kuli danego koloru będzie takie samo.
3. Wybierz szlaki, gdzie obie kule będą różnego koloru. Wzdłuż jednego szlaku prawdopodobieństwa mnożymy, następnie wyniki z poszczególnych szlaków dodajemy.

PYTANIE:

15

W pewnej klasie każdy uczeń umie pływać lub jeździć na nartach.

Uczniowie umiejący pływać stanowią 80% wszystkich uczniów, a jeżdżący na nartach – 50%. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany uczeń z tej klasy umie pływać i jeździć na nartach.

WSKAZÓWKI:

1. Zbiór uczniów umiejących pływać oznacz A , a umiejących jeździć na nartach oznacz B .
2. Wtedy $P(A) = 0,8, P(B) = 0,5$, a $P(A \cup B) = 1$.
3. Oblicz $P(A \cap B)$ po przekształceniu wzoru:
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

PYTANIE:

16

W pewnej klasie jest 10 chłopców i 20 dziewcząt. Liczba biletów do kina, które będą rozlosowane w tej klasie, jest równa liczbie orłów otrzymanych w rzucie dwoma monetami.

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że biletu nie otrzyma żaden chłopiec.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. W pierwszych dwóch etapach dokonujemy wyboru między orłem i reszką, zastanów się jakie będzie prawdopodobieństwo na każdej z gałęzi.
3. Liczba gałęzi w kolejnych etapach zależy od liczby orłów.
4. Zapisz prawdopodobieństwo na gałęziach zakończonych chłopcem lub dziewczynką (w liczniku wpisz liczbę dzieci danej płci, w mianowniku liczbę wszystkich dzieci).
5. Wzdłuż każdego szlaku, w którym nie występuje chłopiec pomnóż prawdopodobieństwa, następnie wyniki z wybranych szlaków dodaj do siebie.

Na ile sposobów można umieścić 7 telefonów w 7 plecakach tak, aby każdy plecak był zajęty? Telefony i plecaki rozróżniamy.

WSKAZÓWKI:

1. Skorzystaj z reguły mnożenia.
2. Zastanów się, na ile sposobów można wybrać plecak, do którego można włożyć pierwszy telefon.
3. Jeśli jeden z plecaków jest już zajęty przez pierwszy telefon, to na ile sposobów można wybrać plecak, do którego można włożyć drugi telefon, itd.

Na ile sposobów można ustawić 9 uczniów w kolejce do sklepiu szkolnego?

WSKAZÓWKI:

1. Skorzystaj z reguły mnożenia.
2. Zastanów się, na ile sposobów można obstawić pierwsze miejsce w kolejce.
3. Jeżeli jedna z osób już stoi na pierwszym miejscu, to na ile sposobów można obstawić drugie miejsce w kolejce, itd.

Podaj, ile zer ma na końcu
liczba $15!$

WSKAZÓWKI:

1. Rozpisz liczbę $15!$ na iloczyn piętnastu liczb.
2. Aby na końcu liczby pojawiło się zero, w jej rozkładzie musi pojawić się liczba 10, lub cyfra 5 i jakaś liczba parzysta.

PYTANIE:

20

Do autobusu zatrzymującego się na 10 przystankach wsiadły 4 uczennice. Na ile sposobów dziewczyny te mogą opuścić autobus, jeśli każda z nich wysiada na innym przystanku?

WSKAZÓWKI:

1. Skorzystaj z reguły mnożenia.
2. Zastanów się, na ile sposobów pierwsza uczennica mogła opuścić autobus (ile przystanków miała do wyboru).
3. Jeżeli jedna z uczennic już dokonała wyboru, na którym przystanku wysiądzie, to na ile sposobów może wysiąść druga uczennica, itd.

O zdarzeniach A i $B \subset \Omega$ wiadomo, że $P(A) = P(B')$ i $P(A \cup B) = 4P(A \cap B)$.
Oblicz $P(A \cup B)$.

WSKAZÓWKI:

Wykorzystaj wzory:

$$P(B) = 1 - P(B')$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych, w których zapisie nie ma cyfry 0?

WSKAZÓWKI:

1. Skorzystaj z reguły mnożenia.
2. Zastanów się, na ile sposobów można wybrać pierwszą cyfrę.
3. W treści zadania nie ma informacji, że cyfry nie mogą się powtarzać.
4. Zastanów się, na ile sposobów można wybrać drugą i trzecią cyfrę.

Ile jest liczb trzycyfrowych, których cyfry należą do zbioru $\{0,2,4,6,8\}$ i nie mogą się powtarzać, a ich suma jest większa od 6?

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz 9 podzbiorów trzelementowych zbioru $\{0,2,4,8\}$ takich, że suma ich elementów jest większa od 6.
2. Zastanów się, ile można utworzyć liczb trzycyfrowych z cyfr każdego podzbioru - wykorzystaj regułę mnożenia.
3. Zwróć uwagę, że zero nie może występować na początku liczby.
4. Poszczególne wyniki z każdego podzbioru dodaj do siebie.

Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania spośród wszystkich liczb dwucyfrowych liczby, której suma cyfr jest równa 6.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia, zastanów się, ile można utworzyć liczb dwucyfrowych: pierwszą cyfrę wybierasz ze zbioru $\{1, 2, \dots, 9\}$, natomiast drugą ze zbioru $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

3. Wypisz wszystkie liczby dwucyfrowe, których suma cyfr wynosi 6. Liczba takich liczb stanowi $|A|$.

Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania spośród wszystkich liczb trzycyfrowych liczby, której suma cyfr jest równa 3.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia, zastanów się, ile można utworzyć liczb trzycyfrowych: pierwszą cyfrę wybierasz ze zbioru $\{1, 2, \dots, 9\}$, natomiast drugą i trzecią ze zbioru $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

3. Wypisz wszystkie liczby trzycyfrowe, w których suma cyfr wynosi 3. Liczba takich liczb stanowi $|A|$.

Dziesięć długopisów rozmieszczamy w dziesięciu piórnikach. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że każdy piórnik będzie zajęty. Długopisy i piórniki rozróżniamy.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, na ile sposobów można umieścić pierwszy długopis w 10 piórnikach, następnie drugi długopis, itd. W tym przypadku kilka długopisów może znajdować się w tym samym piórniku.

3. W celu wyznaczenia $|A|$ postępuj analogicznie jak przy wyznaczaniu $|\Omega|$, jednak tym razem każdy długopis musi znajdować się w innym piórniku.

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w trzech rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry suma kwadratów liczb wyrzuconych oczek będzie podzielna przez 4.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, ile jest możliwych wyników do uzyskania przy każdym rzucie kostką.

3. W celu wyznaczenia $|A|$ wykorzystaj informację, iż suma kwadratów trzech liczb jest podzielna przez 4 wtedy, gdy wszystkie trzy liczby są parzyste.

Postępuj analogicznie jak przy wyznaczaniu $|\Omega|$.

Rzucamy trzy razy kostką.
Oblicz prawdopodobieństwo tego,
że suma oczek jest równa 13, jeśli
w drugim rzucie wypadły 3 oczka.

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj wzór na prawdopodobieństwo warunkowe: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{|A \cap B|}{|B|}$
2. A – zdarzenie polegające na tym, że suma oczek w trzech rzutach wynosi 13.
 B – zdarzenie polegające na tym, że w drugim rzucie wypadły 3 oczka.
 $A \cap B$ – zdarzenie polegające na tym, że jednocześnie suma oczek w trzech rzutach wynosi 13 i w drugim rzucie wypadły 3 oczka.
3. $|B|$ oblicz wykorzystując regułę mnożenia, zastanów się, jakie są możliwe wyniki do uzyskania przy każdym rzucie.
4. $|A \cap B|$ oblicz, wypisując wszystkie możliwe wyniki do uzyskania.

Rzucamy dwa razy kostką. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wypadła co najmniej raz szóstka, jeśli wiadomo, że w pierwszym rzucie wypadło więcej oczek niż w drugim.

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj wzór na prawdopodobieństwo warunkowe: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{|A \cap B|}{|B|}$
2. A – zdarzenie polegające na tym, że przy dwóch rzutach kostką, przynajmniej raz wypadło 6 oczek.
 B – zdarzenie polegające na tym, że w pierwszym rzucie wypadło więcej oczek niż w drugim.
 $A \cap B$ – zdarzenie polegające na tym, że jednocześnie przynajmniej raz wypadło 6 oczek i w pierwszym rzucie liczba oczek była większa niż w drugim.
3. $|B|$ oblicz, wypisując wszystkie pary oczek takie, że pierwsza liczba jest większa od drugiej.
4. $|A \cap B|$ oblicz, wypisując pary oczek takie, że pierwsza liczba oczek jest większa od drugiej i jedną z nich jest 6.

PYTANIE:

30

W internacie na stołówce serwuje się w 5 różnych zup, 8 - drugich dań i 6 - deserów.

Ile różnych zestawów obiadowych, składających się z zupy, drugiego dania i deseru, można zamówić w tej restauracji?

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj regułę mnożenia.
2. Zastanów się, na ile sposobów można wybrać zupę, na ile drugie danie i na ile deser.

Grupa n uczniów zostawiła rano swoje czapki w szatni. Ze względu na zamieszanie po południu każde z nich wróciło do domu w nie swojej czapce. Na ile sposobów jest to możliwe, jeżeli $n = 3$?

WSKAZÓWKI:

1. Przypisz uczniom miejsca w rzędzie, a czapkom odpowiednie numerki.
2. Wypisz wszystkie trójki takie, że czapka z numerem 1 nie będzie stała na pierwszym miejscu, czapka z numerem 2 nie będzie stała na drugim miejscu, a czapka z numerem 3 nie będzie stała na trzecim miejscu.

Do windy zatrzymującej się na 10 piętrach wsiadły 4 osoby. Na ile sposobów osoby te mogą opuścić windę, jeśli każda z nich wysiada na innym piętrze?

WSKAZÓWKI:

1. Skorzystaj z reguły mnożenia.
2. Zastanów się, na ile sposobów może wyjść z windy pierwsza osoba, na ile druga osoba, skoro nie może wyjść na tym samym piętrze co pierwsza, itd.

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych?

WSKAZÓWKI:

1. Skorzystaj z reguły mnożenia.
2. Zastanów się na ile sposobów można wybrać pierwszą cyfrę, drugą cyfrę, itd.

W turnieju szachowym rozegrano 55 partii. Ilu było uczestników, jeśli każdy uczestnik rozegrał jedną partię z każdym z pozostałych?

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj regułę mnożenia.
2. Załóżmy, że graczy było n . Każdy z n graczy rozegrał partie z $n - 1$ graczami.
3. Pierwszego gracza do partii można wybrać na n sposobów, a drugiego na $n - 1$ sposobów.
4. Zwróć uwagę, że każda partia została policzona dwukrotnie, raz z punktu widzenia pierwszego gracza, drugi raz z punktu widzenia drugiego gracza. Stąd liczbę wyników należy podzielić przez 2.
5. Utwórz równanie i oblicz n .

W partii 40 monitorów komputerowych 4 są uszkodzone.

Wybieramy 3 monitory.

Na ile sposobów można dokonać takiego wyboru, aby żaden z monitorów nie był uszkodzony?

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru monitorów nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji:

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę

wszystkich elementów

w zbiorze, z którego wybieramy,

k – liczbę elementów, które wybieramy.

2. Zastanów się, ile jest nieuszkodzonych monitorów.

3. Wybieramy 3 monitory spośród wszystkich sprawnych.

Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania spośród wszystkich liczb dwucyfrowych liczby, której suma cyfr jest równa 11.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, na ile sposobów można wybrać pierwszą cyfrę, następnie drugą cyfrę w liczbie dwucyfrowej.

3. W celu wyznaczenia $|A|$ wypisz wszystkie liczby dwucyfrowe, których suma cyfr wynosi 11.

Windą zatrzymującą się na 6 piętrach jadą 4 osoby. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wszyscy wysiądą na tym samym piętrze.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, na ile sposobów może wysiąść pierwsza osoba, na ile druga, itd.

3. W celu wyznaczenia $|A|$ wypisz wszystkie możliwości, aby wszystkie cztery osoby wysiadły na tym samym piętrze.

Na pierwszej loterii jest 10 losów, w tym 1 wygrywający, a na drugiej - 20 losów, w tym 2 wygrywające.

Na której loterii szanse wygrania są większe, jeśli kupimy 2 losy?

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz dwa drzewa po jednym dla każdej loterii.
2. Za każdym razem można wylosować los wygrywający lub przegrywający. Na gałęzi prowadzącej do każdego z losów wpisz prawdopodobieństwo wyboru danego losu – w liczniku znajdzie się liczba losów danego rodzaju, a w mianowniku liczba wszystkich losów w urnie.
3. Wybierz szlaki, w których występuje los wygrywający przynajmniej raz. Wzdłuż jednego szlaku prawdopodobieństwa mnożymy, następnie wyniki z poszczególnych szlaków dodajemy.
4. Wyniki z obu loterii sprowadź do wspólnego mianownika i porównaj.

W urnie znajdują się kule zielone i białe - razem 9 kul. Losujemy dwukrotnie, bez zwracania, po jednej kuli. Ile jest kul białych, jeśli prawdopodobieństwo wylosowania 2 kul tego samego koloru jest równe prawdopodobieństwu wylosowania dwóch kul o różnych kolorach?

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. Przyjmując, że kul białych jest n , kul zielonych będzie $9 - n$.
2. Losujemy dwukrotnie po jednej kuli. Za każdym razem można wylosować kulę białą lub zieloną. Na gałęzi prowadzącej do każdej z kul wpisz prawdopodobieństwo wyboru kuli danego koloru - w liczniku znajdzie się liczba kul danego koloru, a w mianowniku liczba wszystkich kul w urnie.
3. Wybierz szlaki, w których występuje los wygrywający przynajmniej raz. Wzdłuż jednego szlaku prawdopodobieństwa mnożymy, następnie wyniki z poszczególnych szlaków dodajemy.
4. Wyniki z obu loterii sprowadź do wspólnego mianownika i porównaj.

W pierwszej urnie są 2 kule białe i 1 czarna, a w drugiej — 1 kula biała i 2 czarne. Z losowo wybranej urny wyjęto 1 kulę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowana kula pochodzi z pierwszej urny, jeśli jest to kula biała.

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj wzór na prawdopodobieństwo warunkowe: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{|A \cap B|}{|B|}$

2. A — zdarzenie polegające na tym, że wylosowano kulę z pierwszej urny.

B — zdarzenie polegające na tym, że wylosowano kulę białą

$A \cap B$ — zdarzenie polegające na tym, że wylosowano białą kulę z pierwszej urny.

3. Aby obliczyć $|B|$ ustal, ile jest wszystkich białych kul do wyboru.

4. Aby obliczyć $|A \cap B|$ ustal, ile jest białych kul do wyboru z pierwszej urny.

Rzucamy 6 razy monetą.
Oblicz prawdopodobieństwo
otrzymania 4 orłów.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, ile wyników możemy uzyskać przy każdym rzucie monetą.

3. W celu wyznaczenia $|A|$ skorzystaj ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy. Dokonaj wyboru 4 miejsc spośród 6, na których mogą stać orły.

Rzucamy 5 razy kostką. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że trzykrotnie wypadnie 6 oczek.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

2. W celu obliczenia $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, ile wyników możemy uzyskać przy każdym rzucie kostką.

3. W celu wyznaczenia $|A|$ skorzystaj ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy. Dokonaj wyboru 3 miejsc spośród 5, na których może stać 6 oczek. Wynik pomnóż przez liczbę możliwych wyników uzyskanych podczas rzutu za czwartym i za piątym razem (6 oczek już nie może tam występować).

Wiadomo, że $P(A) = P(A')$,
 $P(B) = 2P(B')$ i $P(A \cap B) = 0,4$.
Oblicz $P(A \cup B)$.

WSKAZÓWKI:

Wykorzystaj wzory:

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Na ile sposobów można ustawić w kolejce 4 dziewczyny i 4 chłopców, jeśli dziewczyna nie może stać za dziewczyną?

WSKAZÓWKI:

1. Wykorzystaj regułę mnożenia. Znajdź wszystkie możliwości ustawienia chłopców i dziewcząt w kolejce tak, aby dwie dziewczyny nie stały obok siebie.
2. W każdym z ustawień rozpatrz, na ile sposobów można obstać pierwsze miejsce, na którym stoi chłopiec, na ile sposobów drugie miejsce, itd. Analogicznie postępuj z dziewczynami.

Ile jest liczb czterocyfrowych, których iloczyn cyfr wynosi 8?

WSKAZÓWKI:

1. Zastanów się z jakich cyfr musi składać się liczba, aby iloczyn jej cyfr wynosił 8.
2. Do każdego zestawu cyfr wypisz wszystkie możliwe kombinacje tych cyfr.

PYTANIE:

46

Rzucamy dwa razy kostką, której 2 ścianki są zielone, a 4 czerwone.

Oblicz prawdopodobieństwo wyrzucenia co najmniej raz ścianki zielonej.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. Za każdym razem może wypaść ścianka zielona lub czerwona.
2. Na gałęziach wpisz prawdopodobieństwo wyrzucenia ścianki w odpowiednim kolorze (w liczniku wpisz liczbę ścianek w poszczególnym kolorze, w mianowniku liczbę wszystkich ścianek kostki).
3. Oblicz $P(A')$ – prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego do zdarzenia A – "przynajmniej raz wypadła ścianka zielona". W tym celu odszukaj to zdarzenie na drzewie i pomnóż prawdopodobieństwa wzdłuż wybranego szlaku.
4. $P(A)$ oblicz ze wzoru: $P(A) = 1 - P(A')$.

W urnie jest jedna kula czarna o numerze 1 oraz dwie kule białe o numerach 1 i 2. Losujemy kolejno dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwsza z wylosowanych kul jest biała, a druga ma numer nieparzysty, jeśli losujemy bez zwracania.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}.$$

2. Nazwij kule: Cz1, B1 i B2.

3. Oblicz $|\Omega|$ wykorzystując regułę mnożenia, zastanów się, na ile sposobów można wylosować kulę za pierwszym razem, a na ile za drugim.

4. W celu obliczenia $|A|$ wypisz elementy zbioru zdarzenia polegającego na tym, że pierwsza wylosowana kula jest biała, a druga z numerem nieparzystym.

Z grupy 6 chłopców i 4 dziewcząt wybieramy losowo 3 osoby. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród osób będzie co najwyżej 1 dziewczyna.

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru dzieci nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.
2. Wybór co najwyżej 1 dziewczyny oznacza, że wybrano dokładnie 1 dziewczynę lub wcale. Stąd też liczbę wyborów 1 dziewczyny spośród 4 pomnóż przez liczbę wyborów 2 chłopców spośród 6, następnie dodaj do liczby wyborów 3 chłopców spośród 6. W ten sposób otrzymasz $|A|$.
3. $|\Omega|$ oblicz jako liczbę wyborów dowolnych 3 osób spośród 10.
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:
 $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, gdzie $|A|$ – moc zbioru A , $|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

PYTANIE:

49

Wśród 5 sześciennych kostek jest jedna, która ma po sześć oczek na czterech ściankach, pozostałe kostki mają sześć oczek tylko na jednej ściance. Rzucamy losowo wybraną kostką. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że otrzymamy sześć oczek.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. W pierwszym etapie dokonaj wyboru między kostką z czterema ściankami z 6 oczkami oraz kostką z jedną ścianką z 6 oczkami. Na gałęzi wpisz prawdopodobieństwo wyboru poszczególnej kostki.
2. W drugim etapie dokonaj wyboru między ścianką z 6 oczkami i nie 6 oczkami. Na gałęziach wpisz odpowiednie prawdopodobieństwo.
3. Wzdłuż szlaków zakończonych 6 oczkami prawdopodobieństwa mnożymy, natomiast wyniki z poszczególnych szlaków dodajemy.

Losujemy liczbę n ze zbioru $\{1, 2, 3, 4\}$, a następnie rzucamy n razy sześcienną kostką.

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wypadną same szóstki.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. W pierwszym etapie dokonaj wyboru liczby n między 1, 2, 3 i 4. Na gałęzi wpisz prawdopodobieństwo wyboru poszczególnej liczby.
2. Jeżeli $n = 1$, dokonaj jednokrotnie wyboru między 6 oczkami i nie 6 oczkami. Na gałęziach wpisz odpowiednie prawdopodobieństwo.
3. Jeżeli $n = 2$, dokonaj dwukrotnie wyboru, postępuj jak w punkcie 2. Dla $n = 3$, dokonaj wyboru trzykrotnie, a dla $n = 4$, czterokrotnie.
3. Wzdłuż szlaków z występującymi tylko 6 oczkami prawdopodobieństwa mnożymy, natomiast wyniki z poszczególnych szlaków sprowadzamy do wspólnego mianownika i dodajemy.

Z talii 24 kart wylosowano bez zwracania dwie karty. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że obie wylosowane karty są treflami.

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru kart nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.
2. W talii 24 kart znajduje się 6 trefli (4 kolory). Dokonaj wyboru 2 kart spośród 6. W ten sposób otrzymasz $|A|$.
3. $|\Omega|$ oblicz jako liczbę wyborów dowolnych 2 kart spośród 24.
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:
 $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, gdzie $|A|$ – moc zbioru A ,
 $|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

Na egzamin przygotowano 20 pytań. Uczeń zna odpowiedzi na 12 spośród nich, a przystępując do egzaminu, losuje 3 pytania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że uczeń zna odpowiedzi na wszystkie wylosowane pytania.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. W trzech etapach, wyboru dokonaj między pytaniem, na które uczeń zna odpowiedź, a tym na które nie zna odpowiedzi.
2. Wzdłuż gałęzi zapisz prawdopodobieństwo wyboru poszczególnych pytań, pamiętaj o tym, że na każdym etapie liczba pytań do wyboru maleje.
3. Wybierz szlak z trzema dobrymi odpowiedziami i pomnóż prawdopodobieństwa z wszystkich trzech gałęzi od wierzchołka.

W torebce jest 7 cukierków owocowych, 12 kawowych, a pozostałe cukierki mają smak miętowy. Gdybyśmy wyjęli losowo cukierka z torebki, to prawdopodobieństwo tego, że będzie to cukierek kawowy, jest równe $0,4$.

Oblicz, ile cukierków miętowych znajduje się w torebce.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. Wyboru dokonaj między cukierkiem owocowym, kawowym i miętowym.
2. Liczbę cukierków miętowych oznacz n .
2. Na gałęzi zapisz prawdopodobieństwo wyboru cukierka każdego rodzaju.
W liczniku wpisz liczbę poszczególnych cukierków, w mianowniku – liczbę wszystkich cukierków w torebce ($n + 19$).

Z szuflady zawierającej 5 par rękawiczek wyjmujemy losowo dwie rękawiczki. Ile wynosi prawdopodobieństwo tego, że obie rękawiczki są na lewą rękę?

WSKAZÓWKI:

1. Kolejność wyboru rękawiczek nie ma znaczenia, dlatego możemy skorzystać ze wzoru na liczbę kombinacji: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy.
2. Dokonaj wyboru 2 rękawiczek spośród 5 lewych. W ten sposób otrzymasz $|A|$.
3. $|\Omega|$ oblicz jako liczbę wyborów dowolnych 2 rękawiczek spośród 10.
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, gdzie $|A|$ – moc zbioru A , $|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

Ile jest liczb pięciocyfrowych, w których zapisie dokładnie dwa razy występuje cyfra 0, a suma cyfr jest równa 5?

WSKAZÓWKI:

1. Poszukaj dwóch zbiorów cyfr, z których składa się liczba (suma cyfr wynosi 5 i występują dwa zera).
2. W każdym zbiorze dwie cyfry powtarzają się.
3. Korzystając ze wzoru na liczbę kombinacji:
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$
, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze, z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy, wybieramy 2 miejsca spośród 4, na których mogą stać zera (nie mogą stać na pierwszym miejscu). Wynik mnożymy przez wybór 2 miejsc spośród pozostałych trzech, na których mogą stać podwójne cyfry.
4. Uwzględniamy wyniki z obu zbiorów.

Z deklaracji złożonej we wrześniu przez maturzystów Technikum nr 8 wynika, że 32% z nich zamierza zdawać na maturze fizykę, 48% informatykę, a co dziesiąty czwartoklasista deklaruje chęć zdawania zarówno fizyki jak i informatyki. Spośród maturzystów wybrano losowo 1 osobę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowana osoba nie zamierza zdawać na maturze ani fizyki, ani informatyki?

WSKAZÓWKI:

1. Wprowadź oznaczenia:

A – zbiór uczniów zdających fizykę,

B – zbiór uczniów zdających informatykę,

$A \cap B$ – zbiór uczniów zdających fizykę i informatykę,

$A \cup B$ – zbiór uczniów zdających fizykę lub informatykę (przynajmniej jeden z tych przedmiotów).

2. Zdarzenie "uczeń nie zamierza zdawać na maturze ani fizyki, ani informatyki" jest zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia $A \cup B$.

3. Wykorzystaj wzory:

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

W urnie jest 16 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 16. Kule z numerami od 1 do 3 są białe, z numerami od 4 do 7 czerwone, a pozostałe są zielone. Losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowano kulę czerwoną lub kulę z numerem parzystym.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

2. Wybierając jedną kulę, $|\Omega|$ stanowi liczbę wszystkich kul.

3. $|A|$ stanowi sumę kul czerwonych i parzystych, pomniejszoną o liczbę kul, które jednocześnie są czerwone i parzyste.

Uczniowie pewnej szkoły zostali zabrani na wycieczkę do muzeum. W wycieczce wzięło udział 11 uczniów klasy pierwszej, 30 uczniów klasy drugiej i 9 uczniów klasy trzeciej. Przed wejściem do muzeum uczniowie zostali ustawieni w kolejce jeden za drugim. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwsi trzej uczniowie w tej kolejce to uczniowie drugiej klasy.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, gdzie $|A|$ – moc zbioru A , $|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

2. Aby obliczyć $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia.

Zastanów się, na ile sposobów można wybrać pierwszego ucznia w kolejce, na ile sposobów drugiego, itd.

3. Aby obliczyć $|A|$, wybierz najpierw 3 osoby z klasy drugiej, skorzystaj ze wzoru: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, gdzie n oznacza liczbę wszystkich elementów w zbiorze,

z którego wybieramy, k – liczbę elementów, które wybieramy. Wynik pomnóż przez liczbę wszystkich możliwych ustawień tych trzech uczniów (zastanów się, na ile sposobów można wybrać pierwszego ucznia, na ile drugiego i trzeciego), a następnie pomnóż przez liczbę możliwych ustawień pozostałych 47 uczniów (również skorzystaj z reguły mnożenia).

Ze zbioru liczb trzycyfrowych mniejszych od 500 wybieramy losowo jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że będzie to liczba podzielna przez 3 lub przez 5?

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, gdzie $|A|$ – moc zbioru A , $|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

2. Aby obliczyć $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, na ile sposobów można wybrać pierwszą cyfrę, tak by liczba była mniejsza od 500, a na ile sposobów pozostałe cyfry.

3. Aby obliczyć $|A|$, ustal, ile jest liczb trzycyfrowych podzielnych przez 3 lub przez 5. W tym celu skorzystaj ze wzoru na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego: $a_n = a_1 + (n - 1)r$.

4. Liczby podzielne przez 3 mają różnicę r równą 3, podzielne przez 5, $r = 5$, a podzielne przez 15 (jednocześnie przez 3 i 5), $r = 15$.

5. Odszukaj pierwszą – a_1 i ostatnią – a_n liczbę trzycyfrową podzielną przez 3, 5 i 15.

6. Podstaw dane do wzoru z punktu 3 i oblicz n dla każdego z trzech przypadków.

7. $|A|$ oblicz jako sumę liczb podzielnych przez 3 i 5 pomniejszoną o liczby podzielne przez 15.

Dwaj równorzędni przeciwnicy grają w szachy. Co jest bardziej prawdopodobne: wygranie dwóch partii z trzech, czy czterech partii z sześciu rozegranych?

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz dwa drzewa, jedno z trzema etapami, drugie z sześcioma.
2. Na każdym etapie wybór dokonywany jest między wygraną gracza pierwszego lub drugiego, prawdopodobieństwo wygranej partii dla każdego z nich wynosi 50%.
3. Wybierz szlaki z dwoma wygranymi jednego z graczy w pierwszym drzewie i z czterema wygranymi w drugim drzewie.
4. Prawdopodobieństwa wzdłuż szlaku mnożymy, a z poszczególnych szlaków dodajemy.

W kuchni stoją dwa koszyki. W pierwszym jest 9 papryk: 1 zielona, 4 czerwone i 4 żółte. W drugim 12 papryk: 4 zielone, 3 czerwone i 5 żółtych. Kucharz wyjmuje losowo po jednej papryce z każdego koszyka. Oblicz prawdopodobieństwo, że obie papryki będą tego samego koloru.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. W pierwszym etapie dokonaj wyboru między paprykami z pierwszego koszyka, w drugim etapie z drugiego koszyka.
2. Wzdłuż gałęzi zapisz prawdopodobieństwo wyboru papryki danego koloru – w liczniku wpisz liczbę papryk określonego koloru znajdującą się w danym koszyku, w mianowniku podaj liczbę wszystkich papryk w danym koszyku.
3. Wybierz szlaki z obiema paprykami w tym samym kolorze. Wzdłuż szlaku prawdopodobieństwa mnożymy, wyniki z kolejnych szlaków dodajemy .

Rzucono 8 razy monetą.
Oblicz prawdopodobieństwo
tego, że dokładnie jeden raz
wyrzucono orła.

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa:

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, gdzie $|A|$ – moc zbioru A ,

$|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

2. Aby obliczyć $|\Omega|$ skorzystaj

z reguły mnożenia. Zastanów się, ile jest
rezultatów pierwszego rzutu monetą,
drugiego rzutu, itd.

3. Aby obliczyć $|A|$, wypisz wszystkie
zdarzenia, w których tylko raz występuje
orzeł.

Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami. Czy bardziej prawdopodobne jest, że suma wyrzuconych oczek będzie równa 5, czy że będzie równa 10?

WSKAZÓWKI:

1. Klasyczna definicja

prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$,

gdzie $|A|$ – moc zbioru A , $|\Omega|$ – moc zbioru Ω .

2. Aby obliczyć $|\Omega|$ skorzystaj z reguły mnożenia. Zastanów się, ile jest rezultatów pierwszego rzutu kostką, a ile drugiego rzutu.

3. Aby obliczyć $|A|$, wypisz wszystkie zdarzenia, w których suma oczek wynosi 5 oraz suma oczek wynosi 10.

Samorząd szkolny zorganizował loterię.

Uczniowie przygotowali 25 losów wygrywających i 27 losów pustych. Każda z trzech osób, które jako pierwsze wzięły udział w tej loterii, kupiła jeden los.

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że co najmniej jedna spośród nich wylosowała los z wygraną.

WSKAZÓWKI:

1. Utwórz drzewo. Na każdym z trzech etapów dokonujemy wyboru między losiem wygrywającym i pustym.
2. Na gałęziach zapisz prawdopodobieństwo wylosowania poszczególnych losów. W liczniku wpisz liczbę losów danego rodzaju, w mianowniku – liczbę wszystkich losów, jakie jeszcze znajdują się w urnie.
3. Wyszukaj szlak ze zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A – "przynajmniej jeden los będzie wygrywający" i skorzystaj ze wzoru: $P(A) = 1 - P(A')$.